M—A 1

2018年度入学試験問題

数　　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ルで41問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1)　204 と 312 のすべての正の公約数の和は $\boxed{\quad ア \quad}$ である．

(2)　a は定数とする．2 次不等式 $-x^2+(a-1)x+a-1<0$ の解がすべての実数であるとき，a の値の範囲は $\boxed{\quad イ \quad} < a < \boxed{\quad ウ \quad}$ である．

(3)　$\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする．$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\quad エ \quad}}{\boxed{\quad オ \quad}}$，

$\sin 2\theta = \dfrac{\boxed{\quad カ \quad}}{\boxed{\quad キ \quad}}\sqrt{7}$ である．

(4)　関数 $y=(\log_3 x)^2 - 8\log_9 x$ $(1 \leqq x \leqq 27)$ の最小値は $\boxed{\quad ク \quad}$ であり，最大値は $\boxed{\quad ケ \quad}$ である．

(5)　初項が 2，第 11 項が 2^{21} の等比数列の公比は $\boxed{\quad コ \quad}$ であり，第 $\boxed{\quad サ \quad}$ 項は 2048 である．

〔Ⅱ〕

(1) 3個のさいころを同時に投げる.

(a) 出た目の最小値が3以上である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(b) 出た目の最小値が3である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{216}$ である.

(c) 出た目の和が6の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である.

(2) $\triangle$ABCにおいて, $\mathrm{AB}=\sqrt{30}$, $\mathrm{AC}=3$, $\cos C=\dfrac{2}{3}$ とする.

(a) $\mathrm{BC}=\boxed{\text{チ}}$

(b) $\triangle$ABCの外接円の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\pi$ である.

(c) $\triangle$ABCの内接円の半径は $\sqrt{\boxed{\text{ト}}}-\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 座標平面上の放物線 $C_1 : y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ と x 軸の交点のうち，原点Oと異なる点をAとする．原点における C_1 の接線を ℓ とし，点Aにおける C_1 の接線を m とする．

a，b を正の定数とする．放物線 $C_2 : y = ax^2 + bx$ の原点における接線は ℓ であり，C_2 と直線 m の交点のうち第1象限にある点Bの x 座標は $\frac{3}{2}$ である．

(a) $a = \boxed{\text{ヌ}}$，$b = \boxed{\text{ネ}}$

(b) 2つの放物線 C_1，C_2 および線分ABで囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である．

(2) 原点をOとする座標平面上の異なる2点A，Bに対し，線分ABを2：5に内分する点をPとすると，点Bは線分APを $\boxed{\text{ヒ}}$: $\boxed{\text{フ}}$ に外分する．$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 4$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 3$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 7$ で，点Qが線分ABを $\boxed{\text{ヘ}}$: $\boxed{\text{ホ}}$ に内分するとき，$\mathrm{OQ} \perp \mathrm{AB}$ である．

比はもっとも簡単な整数比となるように答えなさい．

〔Ⅳ〕

(1)

(a) 複素数平面上の点 α の偏角 θ が $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ を満たし,

$$\alpha^7 = 1$$

であるとき, $\theta = \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi$ であり, $(\overline{\alpha})^5 = \alpha^m$ を満たす自然数 m の最小値は $\boxed{\text{ム}}$ である.

(b) 複素数平面上の点 z が

$$|3z - i| = 1$$

を満たすとき,

$$w = 6z + 5i$$

で表される点 w は, 中心 $\boxed{\text{メ}}\,i$, 半径 $\boxed{\text{モ}}$ の円上にある.

ただし, i は虚数単位とし, $\overline{\alpha}$ は α の共役複素数とする.

(2) 座標平面上の曲線 $y = (\log x)^2$ を C とする.

(a) 曲線 C の変曲点の座標は $\left(e^{\boxed{\text{ヤ}}},\ \boxed{\text{ユ}}\right)$ である.

(b) $\displaystyle\int_{e^{-1}}^{e^2} \log x\,dx = \boxed{\text{ヨ}}\,e^2 + \boxed{\text{ラ}}\,e^{-1}$

(c) 曲線 C, x 軸, 直線 $x = e^{-1}$ および直線 $x = e^2$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{リ}}\,e^2 + \boxed{\text{ル}}\,e^{-1}$ である.

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を 1 とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2 以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0 の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。