M—A 2

2018年度入学試験問題

数　　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ルで41問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔I〕

(1) 340 と 612 の正の公約数のうち，奇数であるものすべての和は $\boxed{\quad ア \quad}$ である．

(2) a は定数とする．関数 $y = 2x^2 + (1 - 5a)x - 8a + 9$ のグラフが点$(-2,\ 1)$を通るとき，$a = \boxed{\quad イ \quad}$ であり，関数の最小値は $\boxed{\quad ウ \quad}$ である．

(3) $0 < \theta < \pi$ とする．$\tan\theta = -2\sqrt{2}$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\quad エ \quad}}{\boxed{\quad オ \quad}}$，

$\cos 2\theta = \dfrac{\boxed{\quad カ \quad}}{\boxed{\quad キ \quad}}$ である．

(4) a，b は定数とする．関数 $y = a\log_5 x + b$ のグラフが 2 点$\left(\dfrac{1}{10},\ 2\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$を通るとき，$a = \boxed{\quad ク \quad}$，$\left(\sqrt{\dfrac{1}{5}}\right)^b = \boxed{\quad ケ \quad}$ である．

(5) d を 3 より大きい素数とする．公差 d の等差数列の第 n 項$(n > 3)$と第 3 項の差が 42 であるとき，$d = \boxed{\quad コ \quad}$，$n = \boxed{\quad サ \quad}$ である．

〔Ⅱ〕

(1)　1個のさいころを4回続けて投げる.

(a)　2以下の目がちょうど2回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(b)　3回目までに2以下の目が1度だけ出て，4回目に2以下の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である.

(c)　3以上の目が2回以上出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である.

(2)　$\triangle$ABC において，AB $= 3$，BC $= 2$，$B = 60°$ とし，$\angle$B の二等分線と $\triangle$ABC の外接円との B 以外の交点を D とする.

(a)　$\mathrm{AC} = \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$

(b)　$\sin\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$

(c)　四角形 ABCD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 座標平面上の放物線 $C_1 : y = x^2$ の点 $(1,\ 1)$ における接線を ℓ とする．

a を定数とする．放物線 $C_2 : y = -(x-3)(x-a)$ の点 $(3,\ 0)$ における接線は ℓ と平行である．

(a) 直線 ℓ の傾きは $\boxed{\text{ネ}}$ である．

(b) $a = \boxed{\text{ノ}}$

(c) 2つの放物線 C_1，C_2 と2つの直線 $x=1$，$x=3$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である．

(2) 直線 $2x + 3y = 13$ を媒介変数 t を用いて媒介変数表示すると，

$$\begin{cases} x = \boxed{\text{フ}} + t \\ y = 1 + \dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\,t \end{cases}$$

である．この直線と y 軸のなす鋭角を θ とすると，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ミ}}}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1)

(a) 複素数$z_1 = 3 - i$とz_2に対して，$z_1 z_2$の絶対値は$5\sqrt{2}$であり，偏角は$\frac{\pi}{4}$である．このとき，$z_2 = \boxed{\text{ム}} + \boxed{\text{メ}}\,i$である．

(b) 複素数平面上の点zが

$$z - \overline{z} = -2i$$

を満たすとき，

$$w = \frac{12}{z} + 2i$$

で表される点wは，中心$\boxed{\text{モ}}\,i$，半径$\boxed{\text{ヤ}}$の円上にある．

ただし，iは虚数単位とし，$\overline{z}$はzの共役複素数とする．

(2)

(a) 加法定理

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

を用いると，

$$\cos 3x - \cos 5x = 2\sin\left(\boxed{\text{ユ}}\,x\right)\sin\left(\boxed{\text{ヨ}}\,x\right)$$

となる．ただし，$0 < \boxed{\text{ユ}} < \boxed{\text{ヨ}}$とする．

(b) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x^2} = \boxed{\text{ラ}}$

(c) 関数$f(x)$は

$$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4} \text{ のとき } \quad f(x) = \sqrt{\cos 3x - \cos 5x}$$
$$-\frac{\pi}{4} \leqq x < 0 \text{ のとき } \quad f(x) = -\sqrt{\cos 3x - \cos 5x}$$

とする．$f(x)$の$x = 0$における微分係数は$\boxed{\text{リ}}\sqrt{\boxed{\text{ル}}}$である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。