M—A 1

2019年度入学試験問題

数　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア〜ルで41問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア〜ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア〜ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 関数 $y = x^2 - 2x + 3$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値は $\boxed{\quad ア \quad}$ である.

(2) $\triangle$ABC において, AB $= 3$, AC $= 9$, $A = 60^\circ$ のとき,

BC $= \boxed{\quad イ \quad}\sqrt{\boxed{\quad ウ \quad}}$ である.

(3) 不等式 $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 > 0$ の解は $x < \boxed{\quad エ \quad}$, $\boxed{\quad オ \quad} < x$ である.

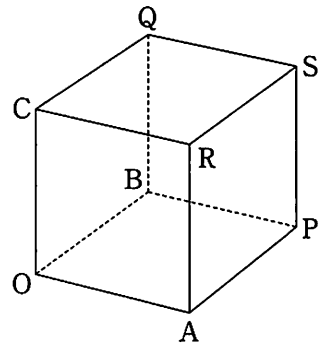
(4) a は正の定数とする. 関数 $f(x) = 2x^3 + 3ax^2 + a - 2$ の極小値が 0 である

とき, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\quad カ \quad}}{\boxed{\quad キ \quad}}$ である.

(5) $n^2 - 18n + 45$ が素数であるような最大の自然数 n は $\boxed{\quad ク \quad}$ である.

〔II〕

(1) 右の図のように1辺の長さが1の立方体OAPB-CRSQがある．辺AP，QSの中点をそれぞれL，Mとし，線分OMを2：3に内分する点をTとする．



(a) $\overrightarrow{OT} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{OA} + \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\overrightarrow{OB} + \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\overrightarrow{OC}$

(b) $\overrightarrow{LM} \cdot \overrightarrow{LT} = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$

(2) 3つの箱A，B，Cがあり，それぞれの箱には1から4までの数を1つずつ書いた4枚のカードが入っている．箱A，B，Cから1枚ずつカードを取り出し，それらのカードに書かれた数をそれぞれa，b，cとする．

(a) $a < b < c$である確率は$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$である．

(b) $a \times b \times c$が4の倍数である確率は$\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$である．

〔Ⅲ〕

(1) 自然数 n に対し，4^n を 13 で割った余りを a_n とする．

(a) $a_3 = \boxed{\text{ナ}}$

(b) $a_n = 1$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ニ}}$ である．

(c) $a_{2019} = \boxed{\text{ヌ}}$

(2) γ は定数とする． 2 次方程式 $x^2 + (\gamma - 1)x + \gamma^2 - \gamma - 1 = 0$ の 2 つの解を α，β とする．

(a) $\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{ネ}}\gamma^2 + \boxed{\text{ノ}}\gamma + \boxed{\text{ハ}}$

(b) α，β が実数であるような γ の値の範囲は

$$\boxed{\text{ヒ}} \leqq \gamma \leqq \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である．このとき $\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^3$ の最大値は $\boxed{\text{ホ}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1) α, β は $\dfrac{\beta}{\alpha}=1+\sqrt{3}i$ を満たす複素数とする．0，α，β，$\dfrac{\beta^2}{\alpha}$ が表す複素数平面上の点を O(0)，A(α)，B(β)，C$\left(\dfrac{\beta^2}{\alpha}\right)$ とする．ただし，i は虚数単位である．

(a) OA : OB : AB $= 1 : \boxed{\text{マ}} : \sqrt{\boxed{\text{ミ}}}$

(b) $\angle\text{AOC} = \dfrac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}\pi$

(c) △OAB と △OAC の面積の比は $\boxed{\text{モ}} : \boxed{\text{ヤ}}$ である．
比は最も簡単な整数比となるように答えなさい．

(2) 区間 $\dfrac{\pi}{3} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，2つの曲線 $y=\sin x$，$y=\sin 2x$ と直線 $x=\dfrac{\pi}{2}$ で囲まれた部分を D とする．

(a) D の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ である．

(b) D を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は

$\dfrac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}\sqrt{\boxed{\text{ル}}}\,\pi$ である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}x^3+\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}x^3+\boxed{0}x^2+\boxed{-1}x+\boxed{1}$ とします。