M—A 1

2020年度入学試験問題

数　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア〜リで40問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア〜ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア〜リの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし，**問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目，受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 座標平面上の3点(0, 0), (8, 0), (8, 6)を頂点とする三角形の周および内部にある格子点の個数は $\boxed{\text{ア}}$ 個である．ただし，格子点とは x, y 座標がともに整数の点である．

(2) a は定数とする．2次関数 $y = x^2 + 2(a-1)x + 5a - 9$ のグラフと x 軸の共有点の個数は，$a = \boxed{\text{イ}}$ または $a = \boxed{\text{ウ}}$ のとき，1個であり，$a < \boxed{\text{イ}}$ または $a > \boxed{\text{ウ}}$ のとき，$\boxed{\text{エ}}$ 個である．

(3) $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ のとき，$\sqrt{2}\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ を満たす θ の値は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi$$ である．

(4) 実数 x, y が $8^x = 9^y = 6^{10}$ を満たすとき，$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(5) 第5項が32，第9項が512である等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする．$S_n > 2020$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{ケ}}$ である．ただし，公比は正の実数とする．

〔II〕

(1) 数直線上を動く点Pが原点の位置にある．1枚のコインを投げて，表が出たときにはPは正の向きに1だけ進み，裏が出たときにはPは負の向きに1だけ進む．

(a) コインを3回続けて投げたとき，点Pの座標が1である確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

(b) コインを4回続けて投げたとき，点Pの座標が正である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である．

(c) コインを8回続けて投げたとき，点Pが8回目で初めて原点に戻ってくる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{2^7}$ である．

(2) 円に内接する四角形ABCDにおいて

$$AB = 8,\ BC = 10,\ AC = 12,\ AD \leqq CD$$

とする．

(a) $\cos B = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$

(b) △ABCと△ACDの面積の比が5：4であるとき，AD = $\boxed{\text{チ}}$，CD = $\boxed{\text{ツ}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) aは，$a>1$を満たす定数とする．曲線$C: y=x^3+3x^2-4x$上の点P，QをそれぞれP$(-4,\ 0)$，Q$(a,\ a^3+3a^2-4a)$とし，2点P，Qを通る直線をℓとする．

(a) 直線ℓが点Pで曲線Cと接するとき，$a=\boxed{\text{テ}}$である．

(b) 直線ℓが曲線Cと3点P，Q，Rで交わり，点Rが線分PQの中点であるとき，$a=\boxed{\text{ト}}$である．また，このとき，線分PRと曲線Cで囲まれた部分の面積をS_1，線分RQと曲線Cで囲まれた部分の面積をS_2とすると

$$S_1=\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}},\quad S_1-S_2=\boxed{\text{ヌ}}$$

である．

(2) 四面体OABCにおいて，辺OBを5：3に内分する点をE，辺OCを2：1に内分する点をFとする．線分BFと線分CEの交点をGとする．

(a) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

(b) $\mathrm{OA}=2\sqrt{3}$，$\mathrm{OB}=2\sqrt{5}$，$\mathrm{OC}=\sqrt{19}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$とする．辺OA上の点Dに対して$\overrightarrow{\mathrm{AG}}\perp\overrightarrow{\mathrm{DB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}\perp\overrightarrow{\mathrm{DC}}$が成り立つとき，

$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$であり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{\text{ホ}}$である．

〔Ⅳ〕

(1) 複素数αを$\alpha=-1+i$とする．ただし，iは虚数単位である．

(a) $|\alpha|=\sqrt{\boxed{\text{マ}}}$

(b) α^nが純虚数である最小の自然数nは$\boxed{\text{ミ}}$である．

(c) cは正の実数，βは複素数とする．複素数平面上の3点

$$\beta,\ c\alpha+\beta,\ c\alpha^3+\beta$$

を頂点とする三角形の重心が点20であり，面積が72であるとき

$$c=\boxed{\text{ム}},\ \beta=\boxed{\text{メ}}+\boxed{\text{モ}}i$$

である．

(2) 曲線$C: y=\log x+1$に点$(0,\ 2)$から引いた接線をℓとする．また，C，ℓ，x軸およびy軸で囲まれた図形をDとする．

(a) 直線ℓの方程式は$y=e^{\boxed{\text{ヤ}}}x+2$である．

(b) 図形Dの面積は$\dfrac{1}{2}\left(\boxed{\text{ユ}}e^2+\boxed{\text{ヨ}}e^{-1}\right)$である．

(c) 図形Dをy軸の周りに1回転させてできる立体の体積は

$$\frac{\pi}{6}\left(\boxed{\text{ラ}}e^4+\boxed{\text{リ}}e^{-2}\right)$$

である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\quad ア \quad}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{\qquad}}{\boxed{\qquad}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\quad エ \quad}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

$\boxed{\quad カ \quad}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{\qquad}}{\boxed{\qquad}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{\ -3\ }}{\boxed{\ 2\ }}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{\ 0\ }}{\boxed{\ 1\ }}$ とします。

$\dfrac{\boxed{\qquad}}{\boxed{\qquad}}\sqrt{\boxed{\qquad}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{\ -1\ }}{\boxed{\ 2\ }}\sqrt{\boxed{\ 3\ }}$ とします。

$\boxed{\qquad}x^3+\boxed{\qquad}x^2+\boxed{\qquad}x+\boxed{\qquad}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{\ -1\ }x^3+\boxed{\ 0\ }x^2+\boxed{\ -1\ }x+\boxed{\ 1\ }$ とします。