M―A 2

2020 年度入学試験問題

数　学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～レで 42 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～レの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目，受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 2020の正の約数の個数は $\boxed{\quad ア \quad}$ 個である.

(2) 2次関数 $y = x^2 - 2ax + 2a^2 - a - 6$ のグラフが x 軸の正の部分と異なる2点で交わるような定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad イ \quad} < a < \boxed{\quad ウ \quad}$ である.

(3) $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ のとき, $2\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$ を満たす θ の値は $\theta = \dfrac{\boxed{\quad エ \quad}}{\boxed{\quad オ \quad}}\pi$ である.

(4) 実数 x, y が $17^x = 64$, $136^y = 16$ を満たすとき, $\dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{y} = \dfrac{\boxed{\quad カ \quad}}{\boxed{\quad キ \quad}}$ である.

(5) 初項が100, 公差が -6 である等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする. $S_n < 0$ を満たす最小の n は $\boxed{\quad ク \quad}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) 数直線上を動く点Pが原点の位置にある．赤玉が2個，白玉が1個入った袋の中から玉を1個取り出す試行を行う．赤玉を取り出したときにはPは正の向きに1だけ進み，白玉を取り出したときにはPは負の向きに1だけ進む．取り出した玉は元に戻すものとする．

(a) この試行を3回続けたとき，点Pの座標が -1 である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である．

(b) この試行を4回続けたとき，点Pの座標が正である確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である．

(c) この試行を6回続ける．点Pの座標が2回目の試行を終えたとき2であり，6回目の試行を終えたとき0である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{3^6}$ である．

(2) △ABC において，次の等式が成り立つとする．

$$\frac{\sin A}{5}=\frac{\sin B}{7}=\frac{\sin C}{4}$$

(a) △ABC の最も大きい角を θ とすると，$\sin\theta=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である．

(b) △ABC の内接円の半径が 30 であるとき，この三角形の最も短い辺の長さは $\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) 曲線 $C : y = |x^2 - 3x|$ 上の点 $\mathrm{P}(1,\ 2)$ における接線を ℓ とする.

(a) 直線 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{テ}}\,x + \boxed{\text{ト}}$ である.

(b) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた 2 つの部分の面積の和は

$$\boxed{\text{ナ}} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$$

である.

(2) 四面体 OABC において, $\mathrm{OB} = 2\sqrt{6}$, $\mathrm{OC} = 3\sqrt{2}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 12$ とする. △OBC の頂点 B, C から, それぞれの対辺 OC, OB またはそれらの延長に下ろした 2 本の垂線の交点を G とする.

(a) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

(b) 辺 OA を 1 : 2 に内分する点を D とし, 平面 BCD と線分 AG の交点を H とすると, $\overrightarrow{\mathrm{AH}} = \dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ である.

〔Ⅳ〕

(1)　2次方程式 $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$ の2つの解のうち，虚部が正であるものを α とし，虚部が負であるものを β とする．

(a)　$|\alpha|=|\beta|=\boxed{\text{マ}}$

(b)　$\dfrac{\alpha}{\beta}$ の偏角を θ とすると，$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ミ}}}$ である．ただし，$0\leqq\theta<2\pi$ とする．

(c)　u を虚部が正の複素数とし，v を純虚数とする．複素数平面上の3点 0，α，β を頂点とする三角形の外接円上を点 z が動くとき，$w=uz+v$ を満たす点 w は，中心が点 $2\sqrt{3}$，半径が $2\sqrt{15}$ の円を描く．このとき

$$u=\boxed{\text{ム}}+\boxed{\text{メ}}i,\quad v=\boxed{\text{モ}}\sqrt{3}i$$

である．ただし，i は虚数単位である．

(2)　曲線 $C: y=e^x-1$ に点 $(0,\ -1)$ から引いた接線を ℓ とし，接点をPとする．また，C，ℓ および x 軸で囲まれた図形を D とする．

(a)　点Pの x 座標は $\boxed{\text{ヤ}}$ である．

(b)　D の面積は $\dfrac{1}{2}\left(\boxed{\text{ユ}}e+\boxed{\text{ヨ}}e^{-1}+\boxed{\text{ラ}}\right)$ である．

(c)　D を y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は

$$\frac{\pi}{3}\left(\boxed{\text{リ}}e+\boxed{\text{ル}}e^{-2}+\boxed{\text{レ}}\right)$$

である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\quad ア \quad}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\quad エ \quad}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\quad カ \quad}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}\sqrt{\boxed{\quad}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{\quad}x^3+\boxed{\quad}x^2+\boxed{\quad}x+\boxed{\quad}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}x^3+\boxed{0}x^2+\boxed{-1}x+\boxed{1}$ とします。