M

２０２０年度　ＡＯ入学試験

数　学

（60分）

注意事項

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください。

2．この問題冊子は１ページです。試験中，ページの脱落等に気づいた場合には，手を挙げて監督者に知らせてください。
問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。

3．監督者の指示に従って，すべての解答用紙に受験番号，氏名を記入してください。

4．解答は，すべて解答用紙（３枚）に記入してください。

5．筆記用具以外は，使用しないでください。

6．試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕 a は正の定数とする．放物線 $C: y=-x^2+a$ の頂点を P とし，放物線 C と x 軸の負の部分，正の部分との交点をそれぞれ Q, R とする．△PQR が正三角形であるとき，次の問いに答えなさい．

(1) 定数 a の値を求めなさい．

(2) 点 Q における放物線 C の接線の方程式を求めなさい．

(3) 放物線 C と y 軸および (2) の接線で囲まれた図形の面積を求めなさい．

〔 II 〕 A, B の 2 チームが試合を行い，先に 4 勝したチームを優勝チームとして，それより後の試合は行わないものとする．4 試合目で優勝チームが決定する確率と 7 試合目まで行う確率とではどちらが大きいか答えなさい．ただし，すべての試合において，それぞれのチームが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ であり，引き分けはないものとする．

〔 III 〕 △ABC の各辺 BC, CA, AB を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ L, M, N とする．

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AL}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表しなさい．

(2) 等式 $\overrightarrow{\mathrm{AL}}+\overrightarrow{\mathrm{BM}}+\overrightarrow{\mathrm{CN}}=\overrightarrow{0}$ が成り立つことを示しなさい．

〔 IV 〕

(1) 方程式 $z^2+z+1=0$ の解を求め，それらが表す点を複素数平面上に図示しなさい．

(2) (1) の方程式の解のうち，虚部が正であるものを α とする．このとき，

$$(i-\alpha^{1010})(i-\alpha^{2020})$$

の値を求めなさい．ただし，i は虚数単位とする．