M—A 1

2022年度入学試験問題

数　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ロで43問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ロの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目，受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔Ⅰ〕

(1) i を虚数単位とし，$z = 3 + 2i$ とする．

(a) 実数の定数 a，b について，2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が z を解にもつとき，$a = \boxed{\quad ア \quad}$，$b = \boxed{\quad イ \quad}$ である．

(b) $z^3 - 3z^2 - 4z + 36 = \boxed{\quad ウ \quad}\,i$

(2) 不等式 $|6x - 3| + 4 < 31$ の解は $\boxed{\quad エ \quad} < x < \boxed{\quad オ \quad}$ である．

(3) 方程式 $3^{2x} - 8 \cdot 3^{x+1} - 81 = 0$ の解は $x = \boxed{\quad カ \quad}$ である．

(4) 座標空間において，中心が点 $(1,\ 2,\ -1)$，半径が r の球面が，zx 平面と交わってできる円の半径が 5 であるとき，$r = \sqrt{\boxed{\quad キ \quad}}$ である．

(5) $\displaystyle\int_{-\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (x^2 - x + 2)\,dx = \boxed{\quad ク \quad} + \boxed{\quad ケ \quad}\sqrt{2}$

〔II〕

(1) 赤球，白球，黒球が合わせて 12 個入っている袋がある．この袋の中から同時に 3 個の球を取り出す．

(a) 袋の中に赤球が 4 個，白球が 6 個，黒球が 2 個入っているとき，取り出した 3 個の球の色がすべて異なる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

(b) 袋の中に赤球が 4 個，白球が 6 個，黒球が 2 個入っているとき，取り出した 3 個の球の色が 2 色である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である．

(c) 袋の中の 12 個の球のうち，白球は 2 個であるとする．取り出した 3 個の球のうち，赤球の個数を x，黒球の個数を y とすると，$x > y$ である確率が $\dfrac{4}{5}$ であるという．このとき，袋の中に入っている赤球の個数は $\boxed{\text{セ}}$ 個である．

(2) 四角形 ABCD は $AD /\!/ BC$，$AB = 4$，$BC = 9$，$CD = 3$，$DA = 6$ である台形とする．

(a) $\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$，$AC = \boxed{\text{チ}}$

(b) 四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) 第2項が -1 で，第5項が 11 である等差数列の初項を a，公差を d とする．

(a) $a =$ $\boxed{\text{ト}}$，$d =$ $\boxed{\text{ナ}}$

(b) この数列の初項から第9項までの和は $\boxed{\text{ニ}}$ である．

(c) この数列の第 n 項から第 $2n$ 項までの和が 450 となるのは，$n =$ $\boxed{\text{ヌ}}$ のときである．

(2)

(a) 関数 $f(t) = -t^3 - 6t^2 + 63t - 20$ は $t =$ $\boxed{\text{ネ}}$ で極大になり，$t =$ $\boxed{\text{ノ}}$ で極小になる．

(b) 関数 $g(x) = -(\log_3 x)^3 - 6(\log_3 x)^2 + 63\log_3 x - 20$ は，区間 $1 \leqq x \leqq 81$ において $x =$ $\boxed{\text{ハ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ヒ}}$ をとり，$x =$ $\boxed{\text{フ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ヘ}}$ をとる．

〔IV〕

(1) i を虚数単位とする.

(a) $-8-8\sqrt{3}i = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ と極形式で表すと,

$$r = \boxed{\text{ホ}},\quad \theta = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi + 2k\pi$$

となる. ただし, $0 \leqq \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi < 2\pi$ とし, k は整数とする.

(b) $0 < a < b$ を満たす実数 a, b について, 複素数 $z = \dfrac{a-bi}{2}$ が

$$z^8 = -8-8\sqrt{3}i$$

を満たすとき, $a = \sqrt{\boxed{\text{ム}}}$, $b = \sqrt{\boxed{\text{メ}}}$ である. また, このとき, $z^6 = \boxed{\text{モ}}$ である.

(2) 関数 $f(x) = \dfrac{-2x^2+3x-5}{x+3}$ を考える.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left\{f(x) - \left(\boxed{\text{ヤ}}\,x + \boxed{\text{ユ}}\right)\right\} = 0$ が成り立つ.

(b) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ヨ}}$ で極大値 $\boxed{\text{ラ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{リ}}$ で極小値 $\boxed{\text{ル}}$ をとる.

(c) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x-3$ で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{レ}} + \boxed{\text{ロ}}\log 2$ である.

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\ \text{ア}\ }$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\ \text{エ}\ }$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	①②③④⑤⑥⑦⑧⑨	①②③④●⑥⑦⑧⑨⓪

$\boxed{\ \text{カ}\ }$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	①②③④●⑥⑦⑧⑨	①②③④⑤⑥●⑧⑨⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{\ -3\ }}{\boxed{\ 2\ }}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{\ 0\ }}{\boxed{\ 1\ }}$ とします。

$\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}\sqrt{\boxed{\quad\quad}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{\ -1\ }}{\boxed{\ 2\ }}\sqrt{\boxed{\ 3\ }}$ とします。

$\boxed{\quad\quad}x^3+\boxed{\quad\quad}x^2+\boxed{\quad\quad}x+\boxed{\quad\quad}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{\ -1\ }x^3+\boxed{\ 0\ }x^2+\boxed{\ -1\ }x+\boxed{\ 1\ }$ とします。