M—B 2

平成25年度入学試験問題

数　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ルで41問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 方程式$x^2 - 16x + 81 = 0$の2つの解をα, βとする. $\alpha + 1$, $\beta + 1$は方程式$x^2 + \boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イ}} = 0$の2つの解であり, $\dfrac{\beta}{\alpha}$, $\dfrac{\alpha}{\beta}$は方程式$x^2 + \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x + \boxed{\text{オ}} = 0$の2つの解である.

(2) 空間のベクトル$\vec{a} = \left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2},\ 0\right)$, $\vec{b} = (4,\ -2,\ 4)$, $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$がある. $\vec{c}$と$\vec{a}$, $\vec{c}$と$\vec{b}$のなす角が等しいとき$t = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$である.

(3) $y = 7^{2x} + 7^{-2x} - 2(7^x + 7^{-x}) + 8$は, $x = \boxed{\text{ク}}$のときに最小値$\boxed{\text{ケ}}$をとる.

(4) 平面上に直線l: $3x - y = -5$と2点A(4, 7), B(2, 1)がある. 直線lに関して, 点Bと対称な点Cの座標は($\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$)である. AP + BPが最小となるような直線l上の点Pのy座標は$\boxed{\text{シ}}$であり, その最小値は$\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$である.

〔II〕

(1) 自然数 a, r をそれぞれ初項，公比とする等比数列について，初項から第 n 項までの和が300で，初項から第 $2n$ 項までの和が5100であるような n が存在すれば，a の小さい順に $a=$ $\boxed{\text{ソ}}$ ，$r=$ $\boxed{\text{タ}}$ ，または $a=$ $\boxed{\text{チ}}$ ，$r=$ $\boxed{\text{ツ}}$ ，または $a=$ $\boxed{\text{テ}}$ ，$r=$ $\boxed{\text{ト}}$ である.

(2) たての長さが5，横の長さが8の厚紙の4隅から1辺の長さが x の正方形を切り取る．残りの厚紙を折り曲げてふたのない箱を作ると，その容積 V は

$$V=\boxed{\text{ナ}}\,x^3+\boxed{\text{ニ}}\,x^2+\boxed{\text{ヌ}}\,x+\boxed{\text{ネ}}$$

と表せる．V は $x=$ $\boxed{\text{ノ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ハ}}$ をとる.

〔Ⅲ〕

(1) 円の長さ1の弦ABの定める1つの弧をCとし，C上の点Pについて弧の端点と異なるときには，$\angle \mathrm{APB} = \dfrac{2}{3}\pi$が成り立っている．$\theta = \angle \mathrm{PBA}$とおくと，$\mathrm{AP} = \dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}\sin\theta$である．Pが$C$上を動くとき，$5\mathrm{AP} + 4\mathrm{BP}$の最大値は$\boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$である．

(2) 関数$y = f(x)$が

$$f(x) = x^2 + \int_0^1 (x-1)f(t)\,dt + \int_{-1}^1 f(t)\,dt$$

を満たしている．$f(x)$を求めると，$f(x) = x^2 + \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}x + \boxed{\text{ム}}$である．また曲線$y = f(x)$と$x$軸で囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$である．

〔IV〕

(1) $\log_{16} y = (\log_4 x)^2$ とする．$x = \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ のときに $\dfrac{x}{y}$ は最大値 $\sqrt[4]{\boxed{\text{ユ}}}$ をとる．

(2) 大小2つのさいころを投げる．大のさいころの目の数が奇数ならば $a = 1$，偶数ならば $a = 2$ とし，小のさいころの目の数を b とする．x に関する方程式

$$a \sin^2 x - b \sin x + 1 = 0 \quad (0 \leqq x < 2\pi)$$

の異なる解の個数を k とする．$k = 1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{12}$，$k = 2$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ラ}}}{12}$，$k = 3$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{リ}}}{12}$，$k = 4$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ル}}}{12}$ である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： $\boxed{\text{エ}}$ に－5と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。