

平成 26 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ルで 41 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) $\log \frac{1}{3} 2187 =$ ア

(2) $\frac{26 + 13i}{x + yi} = 8 - i$ となるのは, $x =$ イ, $y =$ ウ のときで
ある. ただし, i は虚数単位とする.

(3) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$ エ
 オ である.

(4) $x^2 + 7x + 11 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき, $\frac{\alpha}{\alpha+5}, \frac{\beta}{\beta+5}$ は
 $x^2 +$ 力 $x +$ キ $= 0$ の解である.

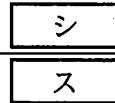
(5) 1 から 50 までの整数が書かれた 50 枚のカードから 1 枚を取り出す. このと
き, カードに書かれた数が 3 でも 4 でも割り切れない確率は ク
 ケ である.

(6) 関数 $f(x) = \int_0^x 3t(t+4)dt$ は $x =$ コ で極大値 サ をとる.

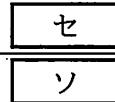
(II)

(1) A, B の 2人が交互に 1 個のさいころを投げるゲームを行う。1回目, 3回目, …の奇数回目に A が投げ, 2回目, 4回目, …の偶数回目に B が投げる。前の人と同じさいころの目を出したとき, その人の勝ちとしてゲームを終了する。

(a) 2回目でゲームが終了する確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。



(b) 3回目までにゲームが終了しない確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。



(c) 5回目までに A が勝つ確率を p , B が勝つ確率を q とする。 $p : q$ を最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{\text{タ}} : \boxed{\text{チ}}$ である。

(2) 直線 $l: y = 2x$ の上の点 A が第1象限にあり, $|\overrightarrow{OA}| = 1$ を満たしているとき,

$\overrightarrow{OA} = \frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}} (\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}})$ である。したがって, 点

$P(10, 5)$ に対して $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \boxed{\text{ナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

点 P から直線 l に垂線 PM を下ろす。このとき,

$\overrightarrow{OM} = (\boxed{\text{ヌ}}, \boxed{\text{ネ}})$ である。

(III)

(1) $y = (8^x - 8^{-x}) - 6(4^x + 4^{-x}) - 2(2^x - 2^{-x}) + 6$ とする.

(a) $x = 0$ のとき, $y = \boxed{\text{ノ}}$ である.

(b) $t = 2^x - 2^{-x}$ とおくとき, y を t を用いて表すと

$$y = t^3 + \boxed{\text{ハ}} t^2 + \boxed{\text{ヒ}} t + \boxed{\text{フ}}$$

となる.

(c) 方程式 $(8^x - 8^{-x}) - 6(4^x + 4^{-x}) - 2(2^x - 2^{-x}) + 6 = 0$ の解は

$$x = \log_2 \left(\boxed{\text{ヘ}} + \sqrt{\boxed{\text{ホ}}} \right) \text{ である.}$$

(2) 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 - 4x - 2$ 上の異なる 2 点 P, Q が直線 $l: y = x$ に関して対称である. 第 2 象限にある点を P, 第 4 象限にある点を Q とする. また, 線分 PQ の中点を M とする.

(a) 点 P の x 座標は $\boxed{\text{マ}}$ である.

(b) 直線 l と放物線 C との交点を R, S とする. 4 点 P, Q, R, S が同一円周上にあることは

$$PM \cdot MQ = RM \cdot MS = \boxed{\text{ミ}}$$

から示される. この円の中心の x 座標は $\boxed{\text{ム}}$ であり, 半径は $\sqrt{\boxed{\text{メ}}}$ である.

[IV] 関数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{x+3}$ は $x = \boxed{\text{モ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ のとき極小値 $\boxed{\text{ユ}} + 2\sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}$ をとる。また、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} - 2 \log \boxed{\text{ル}}$ である。

解答上の注意

問題の文中の **ア** などには数値が入ります。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。
4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： **エ** に -5 と解答する場合

符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	● ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩

カ に 57 と解答する場合

符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	Θ ① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⑩

解答表示例

$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{-3}{2}$, 0 の場合には $\frac{0}{1}$, 1 の場合には $\frac{1}{1}$ とします。

$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $\sqrt{\boxed{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\frac{-1}{2}$ $\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$x^3 + \boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1} x^3 + \boxed{0} x^2 + \boxed{-1} x + \boxed{1}$ とします。