M—A 1

平成 26 年度入学試験問題

数　学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ルで 41 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔I〕

(1) $\log_{\frac{1}{3}} 2187 = \boxed{ア}$

(2) $\dfrac{26+13i}{x+yi} = 8 - i$ となるのは，$x = \boxed{イ}$，$y = \boxed{ウ}$ のときである．ただし，i は虚数単位とする．

(3) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である．

(4) $x^2 + 7x + 11 = 0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\dfrac{\alpha}{\alpha+5}$，$\dfrac{\beta}{\beta+5}$ は $x^2 + \boxed{カ}\,x + \boxed{キ} = 0$ の解である．

(5) 1 から 50 までの整数が書かれた 50 枚のカードから 1 枚を取り出す．このとき，カードに書かれた数が 3 でも 4 でも割り切れない確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である．

(6) 関数 $f(x) = \displaystyle\int_0^x 3t(t+4)\,dt$ は $x = \boxed{コ}$ で極大値 $\boxed{サ}$ をとる．

〔II〕

(1) A，B の 2 人が交互に 1 個のさいころを投げるゲームを行う．1 回目，3 回目，…の奇数回目に A が投げ，2 回目，4 回目，…の偶数回目に B が投げる．前の人と同じさいころの目を出したとき，その人の勝ちとしてゲームを終了する．

(a) 2 回目でゲームが終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である．

(b) 3 回目までにゲームが終了しない確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である．

(c) 5 回目までに A が勝つ確率を p，B が勝つ確率を q とする．$p:q$ を最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{\text{タ}}$: $\boxed{\text{チ}}$ である．

(2) 直線 $l: y=2x$ の上の点 A が第 1 象限にあり，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=1$ を満たしているとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}\left(\boxed{\text{テ}},\ \boxed{\text{ト}}\right)$ である．したがって，点 P(10, 5) に対して $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である．

点 P から直線 l に垂線 PM を下ろす．このとき，

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\left(\boxed{\text{ヌ}},\ \boxed{\text{ネ}}\right)$ である．

〔Ⅲ〕

(1) $y=(8^{x}-8^{-x})-6(4^{x}+4^{-x})-2(2^{x}-2^{-x})+6$ とする.

(a) $x=0$ のとき，$y=$ $\boxed{\text{ノ}}$ である.

(b) $t=2^{x}-2^{-x}$ とおくとき，y を t を用いて表すと

$$y=t^{3}+\boxed{\text{ハ}}\,t^{2}+\boxed{\text{ヒ}}\,t+\boxed{\text{フ}}$$

となる.

(c) 方程式 $(8^{x}-8^{-x})-6(4^{x}+4^{-x})-2(2^{x}-2^{-x})+6=0$ の解は

$$x=\log_{2}\left(\boxed{\text{ヘ}}+\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}\right)$$ である.

(2) 放物線 $C: y=\dfrac{1}{2}x^{2}-4x-2$ 上の異なる2点P，Qが直線 $l: y=x$ に関して対称である．第2象限にある点をP，第4象限にある点をQとする．また，線分PQの中点をMとする.

(a) 点Pの x 座標は $\boxed{\text{マ}}$ である.

(b) 直線 l と放物線 C との交点をR，Sとする．4点P，Q，R，Sが同一円周上にあることは

$$\mathrm{PM}\cdot\mathrm{MQ}=\mathrm{RM}\cdot\mathrm{MS}=\boxed{\text{ミ}}$$

から示される．この円の中心の x 座標は $\boxed{\text{ム}}$ であり，半径は $\sqrt{\boxed{\text{メ}}}$ である.

〔IV〕 関数$f(x)=\dfrac{(x+1)(x+2)}{x+3}$は$x=\boxed{\text{モ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$のとき極小値$\boxed{\text{ユ}}+2\sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}$をとる．また，曲線$y=f(x)$と$x$軸で囲まれた部分の面積は$\dfrac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}-2\log\boxed{\text{ル}}$である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\quad ア \quad}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を 1 とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2 以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\quad エ \quad}$ に－5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\quad カ \quad}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{\;-3\;}}{\boxed{\;2\;}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{\;0\;}}{\boxed{\;1\;}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{\quad\quad}}{\boxed{\quad\quad}}\sqrt{\boxed{\quad\quad}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\dfrac{\boxed{\;-1\;}}{\boxed{\;2\;}}\sqrt{\boxed{\;3\;}}$ とします。

$\boxed{\quad\quad}x^3 + \boxed{\quad\quad}x^2 + \boxed{\quad\quad}x + \boxed{\quad\quad}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\boxed{\;-1\;}x^3 + \boxed{\;0\;}x^2 + \boxed{\;-1\;}x + \boxed{\;1\;}$ とします。