M—B 1

平成 26 年度入学試験問題

数　学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。

2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。

3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。

4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。

5. **試験問題は、問題記号ア～ラで 39 問あります。**
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ンの範囲内で該当する解答欄に解答してください。

6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
ただし、問題冊子を開いてはいけません。

7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。

8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に受験番号、氏名を記入するとともに、受験番号をマークしてください。

9. 受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

10. 筆記用具以外は、使用しないでください。

11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔Ⅰ〕 (1) 円に内接する四角形ABCDにおいて, $\mathrm{AB}=\sqrt{6}$, $\mathrm{BC}=3$, $\mathrm{CD}=1$, $\mathrm{DA}=\sqrt{6}$ のとき, 対角線BDの長さは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+2y=22 \\ 5x+7y=m \end{cases}$ が, 自然数の組 x, y を解にもつとき, 最小の m は $\boxed{\text{エ}}$ であり, このときの y は $\boxed{\text{オ}}$ である.

(3) 方程式 $|x-1|+|x-2|=|x-3|$ の解は, 小さい順に

$$x=\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}$$

である.

(4) 関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x (t^2+2at+a)\,dt$ が極大値, 極小値をもち, その差が $8\sqrt{6}$ である. これを満たす a の値は小さい順に $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ である.

〔 II 〕 (1) 1個のさいころを3回続けて投げる.

(a) 同じ目がちょうど2回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である.

(b) 偶数の目がちょうど n 回出れば n^2 点の得点を得られるとすると, 得点の期待値は $\boxed{\text{シ}}$ 点である.

(2) 関数 $y = 3^{3x+2} - 3^x$ は $x = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{2}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{3}$ をとる.

〔 III 〕 (1) 四面体 OABC において, $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{AB}=3$, $\mathrm{OC}=2$, $\mathrm{AC}=\sqrt{10}$,

$\mathrm{BC}=\sqrt{7}$ である. このとき, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\boxed{\text{ツ}}$,

$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である.

$\triangle\mathrm{OAB}$ の重心を G とし, 点 O から直線 CG に垂線 OP を下ろす.

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{24}\left(\boxed{\text{ナ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\boxed{\text{ニ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\boxed{\text{ヌ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right)$$

である.

(2) 座標平面上で, 放物線 $y=x^2-6x+10$ を C とする. C 上の点 P の x 座標は 4 である. P における C の接線を l_1, P を通り l_1 に垂直な直線を l_2 とする. このとき,

$$l_1 : y=\boxed{\text{ネ}}\,x+\boxed{\text{ノ}}\ ,\quad l_2 : y=\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\,x+\boxed{\text{フ}}$$

である.

a を $a<4$ を満たす定数とし, 直線 $x=a$ を l_3 とする. C, l_1 および l_3 で囲まれた図形の面積を S とするとき, $S=\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\left(\boxed{\text{マ}}-a\right)^3$

である.

l_1 と l_3 の交点を Q とし, l_2 と l_3 の交点を R とする. $\triangle\mathrm{PQR}$ の面積が $2S$ となるとき, $a=\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ である.

〔 IV 〕 (1) $\{a_n\}$ は次で定められる数列とする.

$$a_1 = 1,\ \ a_{n+1} = \frac{a_n}{4a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(a) $a_n \geqq \dfrac{1}{100}$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{メ}}$ である.

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{7} \frac{1}{a_n} = \boxed{\text{モ}}$

(2) 実数 a, b が $a > 0, b > 0, a + b = 3$ を満たしている.

(a) $a^2 + b^2$ がとり得る値の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$ である.

(b) $\dfrac{9}{a} + \dfrac{1}{b}$ がとり得る値の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ である.

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に－5と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。