M

平成 26 年度 数学アピール（公募制推薦）入学試験問題

数 学

（60 分）

注意事項

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください。

2．この問題冊子は１ページです。試験中，ページの脱落等に気づいた場合には，手を挙げて監督者に知らせてください。
問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。

3．監督者の指示に従って，解答用紙の１枚目に受験番号，氏名を記入してください。

4．解答は，すべて解答用紙（８枚）に記入してください。

5．筆記用具以外は，使用しないでください。

6．試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕 (1) 次の等式を満たす実数 a を求めなさい．ただし，i は虚数単位とする．

$$a^2+(2+2i)a-15-6i=0$$

(2) 方程式 $\log_4 x+\log_4(x^2-1)=\dfrac{1}{2}\log_2 24$ を解きなさい．

(3) (a) ${}_6C_1-2\cdot{}_6C_2+3\cdot{}_6C_3-4\cdot{}_6C_4+5\cdot{}_6C_5-6\cdot{}_6C_6=0$ を示しなさい．

(b) 2 以上の自然数 n について $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}k\cdot{}_nC_k=0$ を示しなさい．

〔 II 〕 (1) 連立不等式 $x+y \leqq 1,\ x+3y \leqq 2,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0$ の表す領域 D を図示しなさい．

(2) 点 (x,y) が D を動くとき，$x+2y$ の最大値を求めなさい．

〔 III 〕 $\triangle$OAB に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ (s, t は実数) とする．

(1) 点 P が $\triangle$OAB の重心のとき，s と t の値を求めなさい．

(2) s と t が条件 $s \geqq 0,\ t \geqq 0,\ s+t \leqq \dfrac{1}{2}$ を満たすとき，点 P の存在する範囲を図示しなさい．

〔 IV 〕 $f(x)=\log(x+1)$ とする．

(1) 曲線 $y=f(x)$ の概形をかきなさい．漸近線があればそれもかきなさい．

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1,f(1))$ における接線の方程式を求めなさい．

〔 V 〕 原点 O を中心とする半径 1 の円：$x^2+y^2=1$ 上の点 A を $(1,0)$，点 B を $(\cos\theta,\sin\theta)$ とする．ただし，角度の単位はラジアンではなく °(度) とし，° の記号を省略して $0<\theta<90$ とする．

(1) 直線 OB と直線 $x=1$ の交点 C の座標を求めなさい．

(2) $\triangle$OAB, $\triangle$OAC と中心角 θ の扇形 OAB の面積を求めなさい．

(3) (2) を用いて $\dfrac{\sin\theta}{\theta}<\dfrac{\pi}{180}$ を示しなさい．

(4) $-90<h<90,\ h\neq 0$ のとき，$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}$ を求めなさい．

(5) $\dfrac{d}{d\theta}\sin\theta$ を微分の定義から求めなさい．