M—A 1

平成 29 年度入学試験問題

数　　学

(90 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～リで 40 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～リの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

補足説明：

〔 I 〕

(1)　点 O は座標平面の原点とする．

〔 I 〕

(1) 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の異なる2点P(4, 8)とRがある．ただし，Rは第2象限の点とする．点Pから x 軸に垂線PHを下ろし，点Qは，線分PHを2：1に内分する点である．

(a) 点Qの座標は $\left(4, \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\right)$ である．

(b) △OQPと△OQRの面積が等しいとき，点Rの x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である．

(2) 円周を5等分する点を時計回りに順に P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 とする．点Qは点 P_1 から出発し，1枚の硬貨を投げて，表が出たら時計回りに隣りの5等分点に動き，裏が出たら時計回りに2つ隣りの5等分点に動く．

(a) 硬貨を5回続けて投げたとき，点Qが点 P_1 の位置にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(b) 硬貨を5回続けて投げたとき，点Qが点 P_2, P_3, P_4 のいずれかの位置にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(3) $16x + 27y = 1$ の整数解で $x \leqq 100$ を満たすもののうち x が最大の解は $x = \boxed{\text{ケ}}$, $y = \boxed{\text{コ}}$ である．

(4)

(a) 不等式 $x^2 - x - 2 \leqq 0$ の解は $\boxed{\text{サ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$ である．

(b) $\displaystyle\int_0^3 |x^2 - x - 2|\,dx = \frac{\boxed{\text{ス}}}{6}$

〔II〕

(1) 関数 $y = \cos 2\theta - 3\sin\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$, 最小値は $\boxed{\text{タ}}$ である.

(2) $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

(a) $\log_{10} 125^{20}$ を超えない最大の整数は $\boxed{\text{チ}}$ である.

(b) 2^{29} は $\boxed{\text{ツ}}$ 桁の整数であり, 最高位の数は $\boxed{\text{テ}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 数列 $\{a_n\}$ を初項 a，公差2の等差数列，数列 $\{b_n\}$ を初項 $\dfrac{3}{4}$，公比 r の等比数列とし，$3a_2 + 2b_4 = 3$，$5a_4 - b_7 = -3$ とする．ただし，$a > 0$ で，r は実数とする．

(a) $a = \boxed{\text{ト}}$，$r = \boxed{\text{ナ}}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{9} \frac{1}{b_k} = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$

(c) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおくとき，$S_n > 1000$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{ネ}}$ である．

(2) Oを原点とする座標空間に3点 A(1, −1, 2)，B(0, 1, −1)，C(−2, −1, −2)がある．

(a) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{\text{ノ}}$

(b) 点Cから直線ABに垂線CHを下ろすとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \frac{1}{14}\left(-1,\ \boxed{\text{ハ}},\ \boxed{\text{ヒ}}\right)$$

である．

〔Ⅳ〕

(1) θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数とし，複素数 $w = \cos\theta + i\sin\theta$ は方程式 $z^5 - 1 = 0$ の解とする．ただし，i は虚数単位とする．

(a) $w + \dfrac{1}{w} = \boxed{\text{フ}}\cos\theta$

(b) $w + \dfrac{1}{w}$ は2次方程式 $t^2 + \boxed{\text{へ}}\,t + \boxed{\text{ホ}} = 0$ の解である．必要ならば，因数分解 $z^5 - 1 = (z-1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1)$ を用いてもよい．

(c) $\sin^2\dfrac{\theta}{2} + \sin^2\theta = \dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$，$\left(\sin^2\dfrac{\theta}{2}\right)\left(\sin^2\theta\right) = \dfrac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$

(2) a は定数とし，曲線 $y = xe^x - ax$ を C とする．

(a) 曲線 C が原点において x 軸に接するときの a の値を a_0 とすると，$a_0 = \boxed{\text{モ}}$ である．

(b) $a_0 < a < e$ とし，曲線 C と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を $V(a)$ とする．$V(a)$ が最小となる a の値は $a = \boxed{\text{ヤ}}\,e + \boxed{\text{ユ}}$ であり，そのときの $V(a)$ の値は $\dfrac{\pi}{4}\left(\boxed{\text{ヨ}}\,e^2 + \boxed{\text{ラ}}\,e + \boxed{\text{リ}}\right)$ である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。