M—A 2

平成29年度入学試験問題

数　学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ワで44問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ワの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔I〕

(1) 関数 $y=x^2$ のグラフ上を点Pが動く．点 A(1, 1) に対して，線分 AP を 2：1 に外分する点を Q とするとき，点 Q は関数

$$y=\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}\left(x^2+\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}\right)$$

のグラフ上を動く．

(2)

(a) 3 個のさいころを同時に投げたとき，出た目の数の和が 5 以上である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

(b) 3 個のさいころを同時に投げたとき，出た目の数の積が 5 の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{6^3}$ である．

(3)

(a) $\dfrac{10}{21}$ を小数で表したとき，小数第 2017 位の数字は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(b) 10^n-1 が 21 で割り切れるような最小の自然数 n は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(4)

(a) 不等式 $-x^2+1\geqq 0$ の解は $\boxed{\text{ケ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{コ}}$ である．

(b) $\displaystyle\int_{-2}^{3}|-x^2+1|\,dx=\frac{\boxed{\text{サ}}}{3}$

〔Ⅱ〕

(1) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，方程式 $\cos 2\theta + 2\cos\theta = a$ が解をもつような定数 a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \leqq a \leqq \boxed{\text{セ}}$ である．

(2)

(a) $3^x - 3^{-x} = t$ とおいて，$27^x - 27^{-x}$ を t で表すと

$$27^x - 27^{-x} = t^{\boxed{\text{ソ}}} + \boxed{\text{タ}}\,t$$

である．

(b) $27^x - 27^{-x} = -14$ のとき，$3^x = \boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) 数列 $\{a_n\}$ を初項 $\frac{3}{2}$，公差 d の等差数列，数列 $\{b_n\}$ を初項 a，公比 $-\frac{1}{3}$ の等比数列とし，$2a_2 = 9b_3$，$4a_3 + 9b_2 = -2$ とする．

(a) $a = \boxed{\text{テ}}$，$d = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$

(b) $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$，$T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k$ とおくとき

$$T_n = \frac{S_n}{\boxed{\text{ニ}}} + \boxed{\text{ヌ}}\,n$$

(c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{9} \frac{1}{a_k a_{k+2}} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$

(2) O を原点とする座標空間に 3 点 A(2, 1, 1)，B(0, 2, −1)，C(−1, 0, 1) がある．

(a) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \boxed{\text{ハ}}$

(b) 3 点 O，B，C を通る平面に，点 A から垂線 AH を下ろす．

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{OC}$ より $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{9}\left(\boxed{\text{ヒ}},\ \boxed{\text{フ}},\ -5\right)$

である．

〔IV〕

(1) 方程式 $x^2+x+1=0$ の解で，虚部が正であるものを $w=\cos\theta+i\sin\theta$ とする．ただし，i は虚数単位とする．複素数の偏角は 0 以上 2π 未満の範囲で考える．

(a) $(w-1)(w^2-1)=\boxed{\text{ヘ}}$

(b) $|(w+i)(w-i)|=\boxed{\text{ホ}}$，$\arg\{(w+i)(w-i)\}=\dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi$

(c) $\arg(w+i)=\dfrac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}\pi$

(2) $f(x)=\dfrac{4x-3}{x^2-2x+4}$ とする．

(a) $f(x)$ は，$x=\boxed{\text{モ}}$ で極小値 $\boxed{\text{ヤ}}$ をとり，$x=\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ で極大値 $\dfrac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}$ をとる．

(b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{4x-4}{x^2-2x+4}\,dx=\log\frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}$

(c) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x=1$，$x=2$ で囲まれた部分の面積 S は

$$S=\log\frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}+\frac{\sqrt{\boxed{\text{ロ}}}}{\boxed{\text{ワ}}}\pi$$

である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を 1 とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2 以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に −5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0 の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}x^3+\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}x^3+\boxed{0}x^2+\boxed{-1}x+\boxed{1}$ とします。