

## 平成 28 年度 数学アピール（公募制推薦）入学試験問題

## 数 学

(60 分)

## 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この問題冊子は 1 ページです。試験中、ページの脱落等に気づいた場合には、手を挙げて監督者に知らせてください。  
問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙の 1 枚目に受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙（7 枚）に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[ I ] (1) 複素数  $\alpha$  を  $\alpha = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  とするとき、 $\alpha^3$  と  $\alpha^4 + 3\alpha^3 + \alpha^2$  の値を求めなさい。

(2) 次の方程式の解を求めなさい。

$$\log_2 x + 2\log_x 2 = 3$$

(3)  $(2x^2 - 1)^7$  の  $x^6$  の項の係数を求めなさい。

(4) 和  $S = 1 + 3a + 5a^2 + \dots + 95a^{47}$  について次の問いに答えなさい。

(a)  $a = 1$  のとき  $S$  を求めなさい。

(b)  $a \neq 1$  のとき  $S$  を求めなさい。

[ II ] (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x - 2x^2)^{\frac{1}{x}}$  の値を求めなさい。

(2) 実数係数の多項式

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

に対して  $f(-1)$ ,  $f(0)$ ,  $f(1)$  の値がすべて整数のとき、 $f(2)$ ,  $f(3)$  の値が整数であることを示しなさい。

[ III ] 同一直線上にない異なる3点  $O$ ,  $A$ ,  $B$  と実数  $t$  に対して、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $f(t) = |\vec{b} - t\vec{a}|$  とする。  $f(t)$  を最小にする  $t$  を  $t_0$  とする。

(1)  $t_0$  と  $f(t_0)$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表しなさい。

(2)  $\overrightarrow{OP} = \vec{b} - t_0\vec{a}$  として、 $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $P$  を図示しなさい。

[ IV ] (1)  $0 < x < 3$  の範囲で、放物線  $y = x^2$  上の点  $P(x, x^2)$ , ( $x \neq 1$ ) と定点  $A(1, -1)$  を通る直線の傾き  $p$  の値の範囲を求めなさい。

(2)  $0 \leq x \leq 3$  の範囲で  $\frac{x-1}{x^2+1}$  の取りうる値の範囲を求めなさい。

[ V ] (1) 方程式  $\sin x - tx = 0$  が  $0 < x < \pi$  で解を持つような  $t$  の値の範囲を求めなさい。このときの解を  $k$  とする。

(2)  $S(t) = \int_0^\pi |\sin x - tx| dx$  を  $k$  の式で表しなさい。

(3)  $S(t)$  を最小にする  $k$  の値を求めなさい。